Scientific Petroleum
journal home page: http://scientificpetroleum.com/

Reservoir and petroleum engineering

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВЫТЕСНЕНИЯ УГЛЕВОДОРОДНЫХ СМЕСЕЙ ВОДОЙ В ЗОНАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ПЛАСТАХ

М. А. Джамалбеков*[1], Х. М. Ибрагимов[1] Н. А. Ализаде[2]
[1]*НИПИ«Нефтегаз», SOCAR, Баку, Азербайджан*
[2]*Военный Институт Имени Гейдара Алиева, Баку, Азербайджан*

Mathematical model of the hydrocarbon displacement process by water in zonally heterogeneous deformable reservoirs

M.A.Jamalbayov*[1] , Kh.M.Ibrahimov[1] N.A.Alizadeh[2]
[1]*«OilGasScientificResearchProject» Institute, SOCAR, Baku, Azerbaijan*
[2]*Heydar Aliyev Military Institute, Baku, Azerbaijan*

ABSTRACT
The problem of displacing hydrocarbon systems injected into the reservoir by water in zonally heterogeneous collectors is considered. In this case, the reservoir of circular shape, developed by a single central well, is assumed to consist of two zones with different reservoir and rheological properties. The solution to the problem is obtained, taking into account the incomplete displacement, compressibility of water, and PVT properties of the hydrocarbon system—phase transformation, mass exchange between phases of the hydrocarbon system. Based on the binary representation of the complex hydrocarbon system, a solution to the considered problem is obtained, and an algorithm for calculating the main indicators of the hydrocarbon displacement process to the well is proposed. This algorithm accounts for the fact that the reservoir has different reservoir and rheological characteristics in the near-wellbore region (internal zone) and the distant part of the reservoir (i.e., in the external zone).

KEYWORDS:
Displacement;
Gas-condensate mixture;
Volatile oil;
Heterogeneous reservoir;
Water flooding;
Binary model;
Unsteady-state flow

e-mail: mehemmed.camalbeyov@socar.az
https://doi.org/10.53404/Sci.Petro.20230200048

Введение

Известно, что разработка глубокозалегающих газоконденсатных и нефтяных залежей сопровождается деформацией пород коллекторов, в результате чего изменяются их емкостные и коллекторские характеристики. Установлено, что при более широком диапазоне изменения пластового давления деформация горных пород может иметь существенно нелинейный характер [2-4]. Кроме этого, при этом могут проявляться ползучесть горных пород [3]. Причем, в одном и том же пласте в зависимости от значения внутрипорового давления деформации скелета коллектора могут показать себя по-разному [2]. Так, если вблизи призабойной зоны, где пластовое давление намного ниже его первоначального значения, деформации пласта-коллектора происходят по одному закону, а на контуре (или в дали от забоя), где сравнительно высокое давление (или давление выше определенного предела) скелет коллектора сжимается по другому закону. Помимо этого, иногда пласт имеет по проницаемости зонально неоднородность. В работе [6, 7] получено решения задач моделирования процессов истощения летучих нефтей и газоконденсатных залежей на зонально неоднородных коллекторах. При этом, пласт представлялся состоявшим из двух зон, отличающихся коллекторскими свойствами. Данная работа является продолжением исследований, начатых в отмеченных работах. Она посвящена к более сложной задаче - к исследованию процесса вытеснения к скважине углеводородных систем в зонально неоднородных пластах. При этом, пласт круговой формы, разрабатываемый одной центральной скважиной, представляется состоявшим из двух зон с различными коллекторско-емкостными и реологическими свойствами. Учитываются неполнота вытеснения, сжимаемость воды и PVT свойства углеводородной системы- фазовое превращение, массообмен между фазами углеводородной системы, что отличает предложенное решение от существующих, таких как [5]. Разработан алгоритм прогнозирования основных показателей разработки при рассматриваемых условиях.

1. Течение воды в зонально-неоднородном пласте

Схематическое изображение течения воды при вытеснении углеводородов в зонально-неоднородном пласте иллюстрируется на рисунке 1. Согласно которому, обводненная часть пласта состоит из двух зон- зоны с проницаемостью k_1 (зона I) и зоны с проницаемостью k_2 (зона II), которые первона-

Scientific Petroleum
journal home page: http://scientificpetroleum.com/

Reservoir and petroleum engineering

чально были насыщенными с нефтью. К рассматриваемому моменту текущее положение водонефтяного контакта (ВНК) является r_v.

Уравнение нестационарной фильтрации воды в зоне I, т.е. в области $r_v \le r \le R_k$ будет иметь следующий вид:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P_1}{\partial r}\right)=\frac{1}{a}\frac{\partial P_1}{\partial t} \tag{1.1}$$

где, $P_1=\int k_1\gamma_1 dp_1$, $a=\dfrac{k_1\left(P_0\right)}{\left(\beta_k+\beta_v\right)\mu_v m_1\left(P_0\right)B^*}$, (1.2)

β_k, β_v – соответственно, коэффициенты изменения проницаемости и сжимаемости воды, μ_v – вязкость воды, m_1 – пористость пласта в зоне I, γ_1 – плотность воды. B^* является угловым коэффициентом ломанного участка кривой зависимости $\overline{m}\,\overline{\gamma}=m\gamma\left(P_1\right)$.

Уравнение (1.1) решается при следующих начальном и граничных условиях:

$$P_1(r,\,0)=P_0 \tag{1.3}$$
$$P_1(R_k,\,t)=P_k,\,(t) \tag{1.4}$$
$$P_1(r_k,\,t)=P',\,(t) \tag{1.5}$$

Течение воды в зоне I, согласно результатам наших предыдущих исследований, можем принимать стационарным, что позволит упростить задачу. При этом, уравнение фильтрации воды в зоне I, т.е. в области $r_k \le r \le R_k$ напишем в виде

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P_2}{\partial r}\right)=0 \tag{1.6}$$

при следующих граничных условиях:

$$P_2\left(r_k,t\right)=P'\left(t\right) \tag{1.7}$$
$$P_2\left(r_v,t\right)=P_v\left(t\right) \tag{1.8}$$

Имеем дополнительное условие на R_k,

$$\left.\frac{\partial P_1}{\partial r}\right|_{r=R_k}=\frac{q_{vz}}{A\left(P_k\right)},\ \text{где}\ A\left(P_k\right)=\frac{2\pi R_k h F_v k_0}{\left(\beta_k+\beta_v\right)\mu_v e^{\beta_v(p_k-p_0)}} \tag{1.9}$$

и условие неразрывности:

$$\left.\frac{\partial P_1}{\partial r}\right|_{r=r_k}=\left.\frac{\partial P_2}{\partial r}\right|_{r=r_k} \tag{1.10}$$

Решением системы уравнений (1.1) и (1.6) при краевых условиях (1.3)-(1.5), (1.7)-(1.10) получено следующее выражение для определения мгновенного значения расхода вторгшейся в продуктивную часть пласта воды:

$$q_v=\frac{2\pi R_k h F_v k_0}{\left(\beta_k+\beta_v\right)\mu_v e^{\beta_v(p_k-p_0)}}\frac{P'-P_v}{\ln\dfrac{r_k}{r_v}} \tag{1.11}$$

Здесь P_v будет определяться ниже решением задачи фильтрации нефти (или газа) к скважине по пластовому давлению, а P' – значение функции

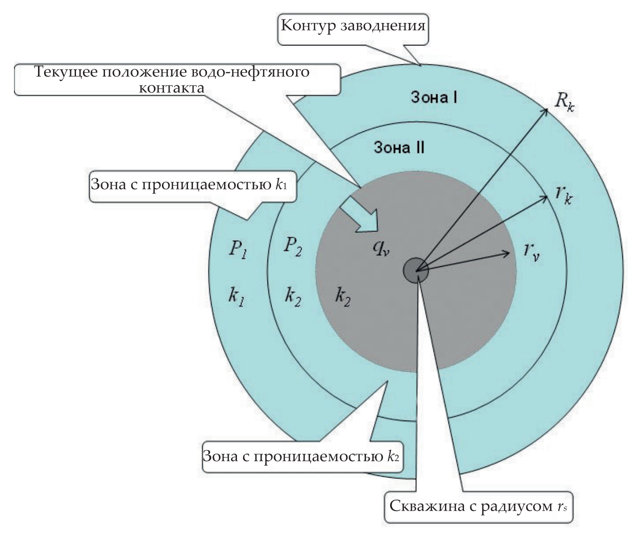

Рис. 1. Схематическое изображение течения воды при вытеснении углеводородной системы в зонально неоднородном пласте

P_1 на r_k определяется по следующему выражению, полученному с помошью условия (1.10):

$$\overline{P}'=\frac{-2\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\overline{R}_k\alpha_n)e^{-a^2{}_n t}}{J_0^2(\overline{R}_{n0}\alpha_n)-J_0^2(\overline{R}_k\alpha_n)}\left\{(\overline{P}_0-\overline{P}_k)\left[J_0(\overline{R}_{n0}\alpha_n)-J_0(\overline{R}_k\alpha_n)\right]-\right.}{2\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0^2(\overline{R}_k\alpha_n)e^{-a^2{}_n t}}{J_0^2(\overline{R}_{n0}\alpha_n)-J_0^2(\overline{R}_k\alpha_n)}+\frac{1}{\ln\dfrac{\overline{R}_k}{\overline{R}_{n0}}}+\frac{F_v}{\ln\dfrac{\overline{R}_{n0}}{\overline{R}_n}}}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\left.-\overline{P}_0 J_0(\overline{R}_k\alpha_n)\right\}+\dfrac{\overline{P}_k}{\ln\dfrac{\overline{R}_k}{\overline{R}_{n0}}}+F_v\dfrac{\overline{P}_n}{\ln\dfrac{\overline{R}_{n0}}{\overline{R}_n}}}{} \tag{1.12}$$

Выражение для определения значения на контуре закачки получено в виде:

$$\overline{P}_k=\frac{\dfrac{q_{vz}}{A(P_k)}+\dfrac{\overline{P}'}{\ln\dfrac{\overline{R}_k}{\overline{R}_{n0}}}\dfrac{1}{\overline{R}_k}+\dfrac{2}{\overline{R}_k}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{U_0(\overline{R}_{n0}\alpha_n)e^{-a^2{}_n t}}{J_0^2(\overline{R}_{n0}\alpha_n)-J_0^2(\overline{R}_k\alpha_n)}}{\dfrac{1}{\ln\dfrac{\overline{R}_k}{\overline{R}_{n0}}}\dfrac{1}{\overline{R}_k}+\dfrac{2}{\overline{R}_k}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{U_0(\overline{R}_{n0}\alpha_n)e^{-a^2{}_n t}}{J_0(\overline{R}_{n0}\alpha_n)-J_0(\overline{R}_k\alpha_n)}}\rightarrow \tag{1.13}$$

$$\rightarrow\frac{\left\{\overline{P}_0\left[J_0(\overline{R}_{n0}\alpha_n)-J_0(\overline{R}_k\alpha_n)\right]-(\overline{P}_0-\overline{P}')J_0(\overline{R}_k\alpha_n)\right\}}{}$$

$$U_0(\overline{R}_{n0}\alpha)=J_0(\overline{R}_{n0}\alpha)Y_0(\overline{R}_k\alpha)-J_0(\overline{R}_k\alpha)Y_0(\overline{R}_{n0}\alpha) \tag{1.14}$$

Обозначения в выражениях (1.12) и (1.13) имеют следующие значения:

J_0, Y_0 – Функции Бесселя нулевого порядка действительного аргумента; α – корень уравнения $U_0(\overline{R}_{n0}\alpha)=0$ при $\overline{R}_{n0}=1$;

Scientific Petroleum
journal home page: http://scientificpetroleum.com/

Reservoir and petroleum engineering

$$\overline{P}_0=\frac{P_0}{P_0}=1;\ \overline{P}_k=\frac{P_k}{P_0};\ \overline{P}_n=\frac{P_n}{P_0};\ \overline{P}'=\frac{P'}{P_0};\ \overline{R}_k=\frac{R_k}{r_{v0}};\ \overline{R}_{n0}=\frac{R_n}{r_{v0}},$$

где переход от функции P к давлению p осуществляется следующим выражением $p=p_0+\dfrac{\ln P}{\beta_k+\beta_v}$.

Если учитывать неполноту вытеснения между объемом пор заводненной части V и объемом вторгшейся в продуктивную часть пласта воды V_v существует соотношение $V=\dfrac{V_v}{1-\rho_{ost}}$, где ρ_{ost} – коэффициент водонасыщенности пласта за фронтом воды. Зная мгновенное значение расхода вторгшейся в продуктивную часть пласта воды, вычисленное по (1.11) с учетом (1.12), для объема пор заводненной части пласта V и следовательно для текущего радиуса ВНК r_v напишем:

$$V=\frac{\int_0^T q_v dt}{1-\rho_{ost}}\approx\frac{\sum_{i=1}^{n} q_{vi}(t)\Delta t}{1-\rho_{ost}},\ \pi r_v^2 hm(p_v,t)\approx\frac{\sum_{i=1}^{n} q_{vi}(t)\Delta t}{1-\rho_{ost}}$$

$$\text{и}\ r_v\approx\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} q_{vi}(t)\Delta t}{\pi hm(p_v,t)(1-\rho_{ost})}} \qquad (1.14)$$

Теперь рассмотрим процесс фильтрации двухфазной углеводородной системы в деформируемом пористом пласте.

2. Течение углеводородной системы к скважине

Фильтрация углеводородной системы к центральной скважине при вытеснении водой в зонально-неоднородном пласте, схематически показана рисунке 2. По схеме видно, что текущее положение фронта воды имеет радиуса r_v. Контур заводнения имеет радиуса R_k, а r_v – текущее положение ВНК.

Рис. 2. Схематическое изображение течения углеводородной системы при вытнеснии водой в зонально неоднородном пласте

Известно, что движение двухфазных углеводородных систем в деформируемых коллекторах представляется сложными нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных. Аналитическое решение таких уравнений возможно лишь с применением особых подходов. В настоящей работе для линеаризации уравнений будем применять метода осреднения и с применением функции Христиановича аналогично работе [5] и ниже получим решение задачи фильтрации двухфазных углеводородных систем к скважине в зонально-неоднородном пористом пласте при вытеснении углеводородной системы водой.

И так, радиальное движение углеводордной системы в зоне II, т.е. в области $r_s\le r\le r_k$ описываются следующими уравнениями:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\varphi(p,s)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=-\frac{\partial}{\partial t}f(p,s) \qquad (2.1)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\varphi_g(p,s)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=-\frac{\partial}{\partial t}f_g(p,s) \qquad (2.2)$$

где

$$\varphi(p,s)=\left[\frac{k_{ro}(s)}{\mu_o(p)B_o(p)}+\frac{k_{rg}(s)p\beta c(p)}{\mu_g(p)z(p)p_{at}}\right]k(p),$$

$$\varphi_g(p,s)=\left[\frac{k_{rg}(s)p\beta\left[1-c(p)\overline{\gamma}(p)\right]}{\mu_g(p)z(p)p_{at}}+\frac{k_{ro}(s)S(p)}{\mu_o(p)B_o(p)}\right]k(p),$$

$$f(p,s)=\left[\frac{s}{B_o(p)}+(1-s)\frac{p\beta c(p)}{z(p)p_{at}}\right]\varphi(p), \qquad (2.2^*)$$

$$f_g(p,s)=\left[\frac{(1-s)p\beta\left[1-c(p)\overline{\gamma}(p)\right]}{z(p)p_{at}}+s\frac{S(p)}{B_o(p)}\right]\varphi(p)$$

$k_{ro}(s)$, $k_{rg}(s)$ – относительные фазовые проницаемости для жидкой фазы (например, для нефти, или жидкого конденсата- в случае фильтрации газоконденсатной смеси) и газовой фазы, соответственно; s – насыщенность пор жидкой фазой (нефтью или конденсатом); z, β – коэффициенты сверхсжимаемости и температурной поправки для газовой фазы; c – содержание потенциально жидких углеводородов в газовой фазе; μ_o, μ_g – вязкости жидкой и газовой фаз, соответственно; B_o – объемный коэффициент жидкой фазы; S – количество растворенного газа в жидкой фазе; $\overline{\gamma}=\dfrac{\gamma_o(p)}{\gamma_g(p)}$ – отношение удельных весов жидкой и газовой фаз при пластовом давлении p; p_{at} – атмосферное давление; φ и φ_1 – текущее значение эффективной пористости II и I зон пласта, соответственно; k и k_1 – текущее значение эффективной проницаемости II и I зон пласта, соответственно; r – радиальная координата и t – время.

Scientific Petroleum
journal home page: http://scientificpetroleum.com/

Reservoir and petroleum engineering

Уравнение (2.1) описывает нестационарное движение жидких углеводородов и потенциального конденсата в газовой фазе, а (2.2)- движение газа и паров более легких углеводородов в пористой среде. Аналогичные уравнения движения углеводородной системы в зоне I в области $r_k \le r \le r_v$ выписываются в следующем виде:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\varphi(p_1,s_1)\frac{\partial p_1}{\partial r}\right]=-\frac{\partial}{\partial t}\left[f(p_1,s_1)\right] \qquad (2.3)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\varphi_g(p_1,s_1)\frac{\partial p_1}{\partial r}\right]=-\frac{\partial}{\partial t}\left[f_g(p_1,s_1)\right] \qquad (2.4)$$

$$\varphi(p_1,s_1)=\left[\frac{k_{ro}(s_1)}{\mu_o(p_1)B_o(p_1)}+\frac{k_{rg}(s_1)p\beta c(p_1)}{\mu_g(p_1)z(p_1)p_{at}}\right]k_1(p_1),$$

$$\varphi_g(p_1,s_1)=\left[\frac{k_{rg}(s_1)p_1\beta\left[1-c(p_1)\overline{\gamma}(p_1)\right]}{\mu_g(p_1)z(p_1)p_{at}}+\frac{k_{ro}(s_1)S(p_1)}{\mu_o(p_1)B_o(p_1)}\right]k_1(p_1),$$

$$f(p_1,s_1)=\left[\frac{s_1}{B_o(p_1)}+(1-s_1)\frac{p\beta c(p_1)}{z(p_1)p_{at}}\right]\varphi_1(p_1),$$

$$f_g(p_1,s_1)=\left[\frac{(1-s_1)p_1\beta\left[1-c(p_1)\overline{\gamma}(p_1)\right]}{z(p_1)p_{at}}+s_1\frac{S(p_1)}{B_o(p_1)}\right]\varphi_1(p_1)$$

где p_1, s_1 – средние давление и насыщенность пор жидкой фазой в зоне I, соответственно; $k_1(p_1)$, $\varphi_1(p_1)$ – эффективные проницаемость и пористость зоны I при давлении p_1.

Отметим, что системы уравнений (2.1), (2.2) и (2.3), (2.4) описывают, в принципе, любую двухфазную углеводородную систему таких, как газоконденсатную смесь и летучие нефти. В первом случае, когда основную продукцию залежи составляет газ (при газоконденсатных залежах), то системы решаются относительно уравнений (2.1) и (2.3), а в том случае, когда основной продукцией является жидкая фаза, т.е. при нефтяных залежах (в том числе летучих нефтей), решаются уравнения (2.2) и (2.4).

Уравнения (2.1)-(2.4) являются нелинейными уравнениями, для линеаризации которых, как отмечена выше, применим метод осреднения. Если усреднить пластовое давление по координате r правые стороны уравнений будут зависеть только от времени. Учитывая это, правую часть уравнений приравниваем некоторой функции $\Phi(t)$. Введя функцию, аналогичную функции Хрестиановича уравнения движения в зонах с проницаемостью, соответственно, k_2 и k_1 перепишем в следующем виде:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H}{\partial r}\right)=-\Phi(t) \qquad (2.5)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial H_1}{\partial r}\right)=-\Phi_1(t) \qquad (2.6)$$

где H, H_1 являются функциями Христиановича $H=\int\varphi(p,s)dp+const$, $H_1=\int\varphi(p_1,s_1)dp_1+const$; $\Phi(t)$, $\Phi_1(t)$ – некоторые функции, зависящие только от времени и определяемые для фиксированного времени с помощью дополнительных условий.

Система уравнений (2.5) и (2.6) решаются при следующих краевых условиях:

$$\begin{aligned} &r=r_s, \quad H=H_s\\ &r=r_k, \quad H=H_k\\ &r=r_v, \quad H_1=H_v \end{aligned} \qquad (2.7)$$

Дополнительно имеем следующие условия и обозначения:

$$\begin{aligned} &r=r_k, \quad \frac{\partial H}{\partial r}=\frac{\partial H_1}{\partial r}\\ &r=r_v, \quad \frac{\partial H_1}{\partial r}=\frac{q_v}{A_1(p_v)} \end{aligned} \qquad (2.8)$$

Общее решение уравнения (2.5) при граничных условиях (2.7) легко получить в виде:

$$H=\frac{1}{4}\Phi(t)\left(-r^2+\frac{r_k^2-r_s^2}{\ln\frac{r_k}{r_s}}\ln\frac{r}{r_k}+r_k^2\right)+\frac{H_k-H_s}{\ln\frac{r_k}{r_s}}\ln\frac{r}{r_k}+H_k \qquad (2.9)$$

Аналогичным образом решается (2.6) и получается следующее общее решение:

$$H_1=-\frac{1}{4}\Phi_1(t)\left(r^2-r_v^2-\frac{r_v^2-r_k^2}{\ln\frac{r_v}{r_k}}\ln\frac{r}{r_v}\right)+\frac{H_v-H_k}{\ln\frac{r_v}{r_k}}\ln\frac{r}{r_v}+H_k \qquad (2.10)$$

Из (2.9) и (2.10) с учетом условий (2.8) можно определять $\Phi(t)$, $\Phi_1(t)$:

$$\Phi(t)=\frac{\dfrac{\dfrac{2(H_v-H_k)}{\ln\frac{r_v}{r_k}}-\dfrac{q_v\mu_v}{\pi hF_v}}{r_v^2-\dfrac{r_v^2-r_k^2}{2\ln\frac{r_v}{r_k}}}\left(r_k^2-\dfrac{r_v^2-r_k^2}{2\ln\frac{r_v}{r_k}}\right)-}{r_k^2-\dfrac{r_k^2-r_s^2}{2\ln\frac{r_k}{r_s}}}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\dfrac{2(H_v-H_k)}{\ln\frac{r_v}{r_k}}+\dfrac{2(H_k-H_s)}{\ln\frac{r_k}{r_s}}}{} \qquad (2.11)$$

Scientific Petroleum
journal home page: http://scientificpetroleum.com/

Reservoir and petroleum engineering

$$\Phi_1(t)=\frac{\dfrac{2(H_v-H_k)}{\ln\dfrac{r_v}{r_k}}-\dfrac{q_v\mu_v}{\pi hF_v}}{r_v^2-\dfrac{r_v^2-r_k^2}{2\ln\dfrac{r_v}{r_k}}}\qquad(2.12)$$

если учитывать, что дебит скважины $q=2\pi r_s h\left.\dfrac{\partial H}{\partial r}\right|_{r=r_s}$ то выражение для определения мгновенного дебита скважины получим из (2.9) с учетом (2.7) в следующем виде:

$$q=2\pi h\left[\frac{\dfrac{H_v-H_k}{r_v^2\ln\dfrac{r_v}{r_k}-\dfrac{1}{2}\left(r_v^2-r_k^2\right)}\left(r_k^2-\dfrac{r_v^2-r_k^2}{2\ln\dfrac{r_v}{r_k}}\right)-\dfrac{H_v-H_k}{\ln\dfrac{r_v}{r_k}}+\dfrac{H_k-H_s}{\ln\dfrac{r_k}{r_s}}}{\dfrac{r_k^2-r_s^2}{2\ln\dfrac{r_k}{r_s}}-r_k^2}\times\right.\qquad(2.13)$$

$$\left.\times\left(r_s^2-\frac{r_k^2-r_s^2}{2\ln\dfrac{r_k}{r_s}}\right)+\frac{H_k-H_s}{\ln\dfrac{r_k}{r_s}}\right]$$

Для перетока из зоны I в зону II на границе r_k получено следующее выражение:

$$q_1=\pi h\left[2\frac{H_k-H_s}{\ln\dfrac{r_k}{r_s}}-\Phi(t)\left(r_k^2-\frac{r_k^2-r_s^2}{2\ln\dfrac{r_k}{r_s}}\right)\right]\qquad(2.13^*)$$

где $\Phi(t)$ определяется по (2.11).

(2.13) действителен при $r_v>r_k$. В случае, когда r_v становится равно или меньше r_k, т.е. когда ВНК входит в зону с проницаемостью k_2 дебит скважины определяется в области $r_s\le r\le r_v$ решением уравнения (2.5) при граничных условиях (см. на рис. 3):

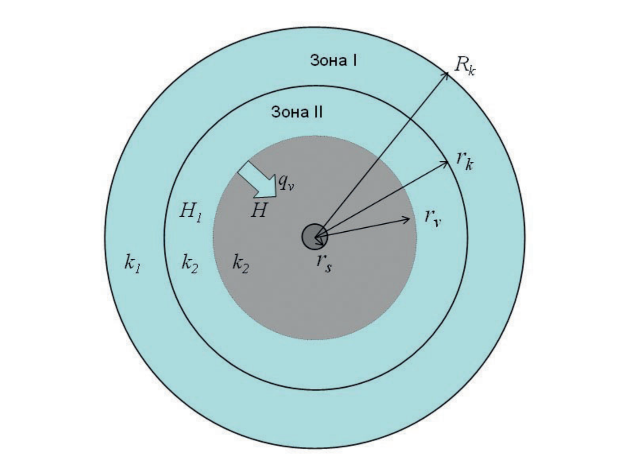

Рис. 3. Схематическое изображение процесса вытеснения, когда $r_v<r_k$ в области $r_s\le r\le r_v$

$$\begin{aligned}&r=r_s,\ \ H=H_s\\&r=r_v,\ \ H=H_v\\&r=r_v,\ \ \frac{\partial H}{\partial r}=\frac{q_v}{A(p_v)}\end{aligned}\qquad(2.14)$$

Выражение для вычисления текущего дебита скважины получено аналогично предыдущему случаю в следующем виде:

$$q=\pi h\left[\frac{\dfrac{q_v}{A(p_v)}-\dfrac{H_v-H_s}{r_v\ln\dfrac{r_v}{r_s}}}{\dfrac{r_v}{2}-\dfrac{r_v^2-r_s^2}{4r_v\ln\dfrac{r_v}{r_s}}}\left(r_s^2-\frac{r_v^2-r_s^2}{2\ln\dfrac{r_v}{r_s}}\right)+2\frac{H_v-H_s}{\ln\dfrac{r_v}{r_s}}\right]\qquad(2.15)$$

При применении выражений (2.13), (2.13*) и (2.15) необходимы определения разницы псевдо давлений, H_v-H_k, H_k-H_s и H_v-H_s. Для этой цели применяем аппроксимацию подынтегральной функции φ логарифмической функцией вида

$$\varphi=a\ln(p)-b,\qquad(2.15^*)$$

где коэффициенты a и b находятся из граничных значений функции φ по нижеприведенным выражениям. Точность этой аппроксимации подробно исследована в наших других работах, поэтому, на это не будем уделять внимание.

С учетом этой аппроксимации проинтегрируем функции Христяновича $H=\int\varphi(p,s)dp+const$, $H_1=\int\varphi(p_1,s_1)dp_1+const$ в пределах давлений $[p_k,p_v]$, $[p_s,p_k]$, $[p_s,p_v]$ и получим соответствующие выражения для H_v-H_k, H_k-H_s и H_v-H_s в следующем виде:

$$\begin{aligned}H_v-H_k&=a\left(p_v\ln\frac{p_v^{p_v}}{p_k^{p_k}}-p_v+p_k\right)-b(p_v-p_k)\\H_k-H_s&=a\left(p_k\ln\frac{p_k^{p_k}}{p_s^{p_s}}-p_k+p_s\right)-b(p_k-p_s)\\H_v-H_s&=a\left(p_v\ln\frac{p_v^{p_v}}{p_s^{p_s}}-p_v+p_s\right)-b(p_v-p_s)\end{aligned}\qquad(2.16)$$

где соотношения для вычисления коэффициентов a и b получены из (2.15*) с учетом соответствующих граничных значений φ в следующем виде:

$$\begin{aligned}&a=\frac{\varphi_v-\varphi_k}{\ln\dfrac{p_v}{p_k}},b=\frac{\varphi_v-\varphi_k}{\ln\dfrac{p_v}{p_k}}\ln p_v-\varphi_v\\&a=\frac{\varphi_k-\varphi_s}{\ln\dfrac{p_k}{p_s}},b=\frac{\varphi_k-\varphi_s}{\ln\dfrac{p_k}{p_s}}\ln p_k-\varphi_s\\&a=\frac{\varphi_v-\varphi_s}{\ln\dfrac{p_v}{p_s}},b=\frac{\varphi_v-\varphi_s}{\ln\dfrac{p_v}{p_s}}\ln p_v-\varphi_v\end{aligned}\qquad(2.16^*)$$

Scientific Petroleum
journal home page: http://scientificpetroleum.com/

Reservoir and petroleum engineering

Здесь φ_v, φ_k и φ_s являются значениями φ при давлениях p_v, p_k и p_s соответственно.

Однако, для реализации изложенных соотношений потребуются определения пластовых давлений и насыщенностей пор жидкой фазой на границе между рассматриваемых зон и на забое в каждый момент времени. Для этого будем использовать уравнений материального баланса жидкости и газа.

3. Определение среднепластовых временных параметров

Полученные выше решения позволяют определять мгновенное значение дебита скважины, т.е. значение, соответствующее к моменту некоторого значения пластовых параметров, таких как пластовое давление, насыщенность пор жидкой фазой, положение ВНК. Для прогнозирования дебита скважины необходим алгоритм для определения отмеченных пластовых параметров в любой момент времени. Для этой цели будем использовать уравнения материального баланса для газовой и жидкой фаз углеводородной системы и объема внедряющейся в залежь воды. Для зоны I, пока $r_v > r_k$ (см. на рис. 2) выпишем в следующем виде:

$$q_1 = -\frac{d}{dt}\left\{\left[\frac{s_1}{B(p_1)} + (1-s_1)\frac{p\beta c(p_1)}{z(p_1)p_{at}}\right]\omega_1(p_1,t)\right\} \tag{3.1}$$

$$q_{g1} = -\frac{d}{dt}\left\{\left[\frac{(1-s_1)p_1\beta}{z(p_1)p_{at}}[1-c(p_1)\,\overline{\gamma}(p_1)] + \frac{s_1 S(p_1)}{B(p_1)}\right]\omega_1(p_1,t)\right\} \tag{3.2}$$

где p_1 и s_1 – средневзвешенное и насыщенность пор жидкостью в зоне I, соответственно; $\omega_1 = \Omega_{10}\overline{m}_1 - \dfrac{1}{1-\rho_{ost}}\overline{m}_1 V_v$, V_v – объем вторгшейся в залежь воды и текущее положение фронта воды r_v определяются по (1.14) с учетом (1.11).

А в зоне II, где средневзвешенное давление и насыщенность пор жидкостью соответственно p и s, уравнения материального баланса имеют следующий вид:

$$q - q_1 = -\frac{d}{dt}\left\{\left[\frac{s}{B(p)} + (1-s)\frac{p\beta c(p)}{z(p)p_{at}}\right]\Omega(p,t)\right\} \tag{3.3}$$

$$q_g - q_{g1} = -\frac{d}{dt}\left\{\left[\frac{(1-s)p\beta}{z(p)p_{at}}[1-c(p)\,\overline{\gamma}(p)] + \frac{sS(p)}{B(p)}\right]\Omega(p,t)\right\} \tag{3.4}$$

Здесь Ω – текущий объем пор, насыщенных углеводородами; q, q_g – дебит жидкости и газа скважины; q_1, q_{g1} – расход жидкости и газа перетекших из зоны II в зону I через границы r_k.

Когда $r_v < r_k$ уравнения материального баланса выписываются в виде:

$$q = -\frac{d}{dt}\left\{\left[\frac{s}{B(p)} + (1-s)\frac{p\beta c(p)}{z(p)p_{at}}\right]\omega(p,t)\right\} \tag{3.5}$$

$$q_g = -\frac{d}{dt}\left\{\left[\frac{(1-s)p\beta}{z(p)p_{at}}[1-c(p)\,\overline{\gamma}(p)] + \frac{sS(p)}{B(p)}\right]\omega(p,t)\right\} \tag{3.6}$$

где $\omega = \Omega_0\overline{m} - \dfrac{1}{1-\rho_{ost}}\overline{m}V_v$.

Из (3.1)-(3.2), (3.3)-(3.4) и (3.5)-(3.6) можно получить уравнения, описывающие изменения средневзвешенных пластовых давлений и насыщенностей во времени для периодов вытеснения $r_v > r_k$ и $r_v < r_k$ в следующем виде.

Когда $r_v > r_k$:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{-\dfrac{q-q_1}{\Omega}(\alpha_4 + G\alpha_2)}{(\alpha_5+\alpha_6)\alpha_4 + (\alpha_7+\alpha_8)\alpha_2} \tag{3.7}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{-\dfrac{q-q_1}{\Omega}G - (\alpha_7+\alpha_8)\dfrac{dp}{dt}}{\alpha_4} \tag{3.8}$$

$\dfrac{d\Omega}{dt} = \overline{m}'_p\dfrac{dp}{dt}$, где, если учитывать, что породы коллектора подвергаются нелинейно-упругой деформации, то:

$$\overline{m} = \exp[a_m(p-p_0)], \text{ то}$$
$$\overline{m}'_p = a_m\exp[a_{m1}(p-p_0)] \tag{3.9}$$

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{-\dfrac{q_1}{\omega_1}(\alpha_4 + G_1\alpha_2) + (\alpha_2\alpha_3 + \alpha_1\alpha_4)\dfrac{q_v}{\omega_1}\overline{m}_1}{(\alpha_5+\alpha_6)\alpha_4 + (\alpha_7+\alpha_8)\alpha_2 + (\alpha_2\alpha_3+\alpha_1\alpha_4)\dfrac{(1-\rho_{ost})}{\omega_1}\overline{m}'_{p1}\left(\Omega_{01} - \dfrac{V_v}{1-\rho_{ost}}\right)} \tag{3.10}$$

$$\frac{ds_1}{dt} = \frac{-\dfrac{q_1G_1}{\omega_1} - (\alpha_7+\alpha_8)\dfrac{dp_1}{dt} - \dfrac{\alpha_3}{\omega_1}(1-\rho_{ost}) \times \left[\dfrac{dp_1}{dt}\overline{m}'_{p1}\left(\Omega_{01} - \dfrac{V_v}{1-\rho_{ost}}\right)_1 - \dfrac{q_v}{1-\rho_{ost}}\overline{m}_1\right]}{\alpha_4} \tag{3.11}$$

$$\frac{d\Omega_1}{dt} = \left(\Omega_{01} - \frac{V_v}{1-\rho_{ost}}\right)\frac{d\overline{m}_1}{dt} - \frac{q_v}{1-\rho_{ost}}\overline{m}_1,$$

где

$$\overline{m}_1 = \exp[a_{m1}(p_1-p_0)],$$
$$\frac{d\overline{m}_1}{dt} = a_{m1}\exp[a_{m1}(p_1-p_0)]\frac{dp_1}{dt} \tag{3.12}$$

и, когда $r_v < r_k$:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{-\dfrac{q}{\omega}(\alpha_4 + G\alpha_2) + (\alpha_2\alpha_3 + \alpha_1\alpha_4)\dfrac{q_v}{\omega}\overline{m}}{(\alpha_5+\alpha_6)\alpha_4 + (\alpha_7+\alpha_8)\alpha_2 + (\alpha_1\alpha_4+\alpha_2\alpha_3) \times \dfrac{1-\rho_{ost}}{\omega}\overline{m}'_p\left(\Omega_0 - \dfrac{V_v}{1-\rho_{ost}}\right)} \tag{3.13}$$

Scientific Petroleum
journal home page: http://scientificpetroleum.com/

Reservoir and petroleum engineering

$$\frac{ds}{dt}=-\frac{\dfrac{qG}{\omega}+(\alpha_7+\alpha_8)\dfrac{dp}{dt}+\dfrac{(1-\rho_{ost})}{\omega}\alpha_3\times\left[\bar{m}_p'\dfrac{dp}{dt}\left(\Omega_0-\dfrac{V_v}{1-\rho_{ost}}\right)-\dfrac{q_v}{1-\rho_{ost}}\bar{m}\right]}{\alpha_4} \qquad (3.14)$$

где газовый фактор для внутренней и внешней зон при соответствующих давлениях (p, p_1) и насыщенностях жидкой фазы (s, s_1) определяется следующим выражением:

$$G=\frac{\dfrac{\bar{\mu}(p)B(p)p\beta}{z(p)p_{at}}[1-c(p)\bar{\gamma}(p)]+\dfrac{S(p)}{\psi(s)}}{\dfrac{1}{\psi(s)}+\dfrac{\bar{\mu}(p)B(p)p\beta c(p)}{z(p)p_{at}}} \qquad (3.13)$$

$\bar{m}=\dfrac{m}{m_0}$ – отношение текущей пористости внутренней зоны к его первоначальному значению, $\bar{m}_1=\dfrac{m_1}{m_{10}}$ – отношение текущей пористости внешней зоны к его первоначальному значению;

$$\alpha_1=s\frac{1}{B(p)}+(1-s)\frac{p\beta c(p)}{z(p)p_{at}},\quad \alpha_2=\frac{p\beta c(p)}{z(p)p_{at}}-\frac{1}{B(p)},$$

$$\alpha_3=s\frac{S(p)}{B(p)}+(1-s)\frac{p\beta}{z(p)p_{at}}[1-c(p)\,\bar{\gamma}(p)],$$

$$\alpha_4=\frac{S(p)}{B(p)}-\frac{p\beta}{z(p)p_{at}}[1-c(p)\,\bar{\gamma}(p)],$$

$$\alpha_5=(1-s)\left[\frac{p\beta c(p)}{z(p)p_{at}}\right]',\quad \alpha_6=s\left[\frac{1}{B(p)}\right]',\quad \alpha_7=s\left[\frac{S(p)}{B(p)}\right]',$$

$$\alpha_8=(1-s)\left\{\frac{p\beta}{z(p)p_{at}}[1-c(p)\,\bar{\gamma}(p)]\right\}';$$

$\psi(s)=\dfrac{F_g(s)}{F_o(s)}$ – соотношение относительных фазовых проницаемостей газовой и жидкой фаз; «′» – означает производную по p. Отметим, что параметры α_1-α_8 вычисляются при соответствующих давлений и насыщенностей в зависимости от зоны.

Системы уравнений (3.7)-(3.9), (3.10)-(3.12) и (3.13)-(3.14) совместно с (2.13), (2.13*) и (2.15) с учетом (2.16) решаются одним из численных методов и позволяют прогнозировать основные показатели процесса вытеснения углеводородной системы закачиваемой в пласт водой при условии заданной депрессии или заданного забойного давления. Следует отметить, что при решении приведенных выше систем уравнений используются следующие начальные условия:

$$p=p_0,\ p_1=p_0;\ s=s_0,\ s_1=s_0$$

где p_0, s_0 – начальное пластовое давление и начальная насыщенность пор жидкой фазой.

Таким образом, получены системы дифференциальных уравнений (3.7), (3.8) и (3.10)-(3.12) при $r_v>r_k$, а при случае $r_v<r_k$ (3.13), (3.14), решения которых, при известном дебите скважины q_g, позволяют определять среднепластовые давления и конденсатонасыщенности в соответствующих частях коллектора в любой момент времени.

4. Алгоритм для прогнозирования показателей разработки

Вышеизложенный подход позволяет определять основные показатели разработки газоконденсатной залежи, при различных технологических режимах с учетом различия в проницаемости и характере деформаций призабойной зоны и отдаленной от забоя части пласта-коллектора. При этом можно использовать нижеприведенный алгоритм.

1. Вводятся начальные значения переменных $t=0$, $p_s=p_0$, $p_k=p_0$, $p_1=p_0$, $s=s_0$, $s_1=s_0$, $m=m_0$, $k_1=k_{01}$, $k_2=k_{02}$, $q_1=0$ и исходные данные;

2. Вычисляются начальные значения газоконденсатного фактора G_0 по формуле $G_0=\dfrac{1-c(p_0)\bar{\gamma}(p_0)}{c(p_0)}$, газонасыщенный объем залежи, запасы газа и конденсата (при $s_0=0$):

$$V_{zap}=\pi R_k^2 hm_0\left[\frac{1-c(p_0)\bar{\gamma}(p_0)}{z(p_0)p_{atm}}\right],\quad V_{kzap}=\frac{V_{zap}}{G_0};$$

3. Определение текущего положения ГВК

3.1. По (1.11) с учетом (1.12) и (1.13) вычисляется текущее значение q_v.

3.2. С помощью выражений (1.14) определяется объем вторгшейся в залежь воды за промежуток времени Δt и положение ГВК r_v.

4. Если рассматривается случай заданного темпа отбора газа (n процентов в год от начальных балансовых запасов) дебит определяется следующим выражением: $q_g=\dfrac{V_{zap}n}{100}$ и переходится к шагу «6.4», иначе переход к шагу «5»;

5. Если рассматривается случай заданной депрессии, задается значение депрессии Δp иначе переход к шагу «7»;

6. Забойное давление вычисляется выражением $p_s=p_1-\Delta p$.

7. Расчет дебита скважины.

Если $r_v<r_k$ то:

7.1. Вычисляются значения $\varphi_g(p, s)$ по (2.2*) для давлений p_s, p_v и a, b по (2.16*);

7.2. Определяется фиктивная депрессия H_v-H_s по выражению (2.16);

7.3. Вычисляется текущее значение дебита газа по (2.15) и конденсата $q_k=\dfrac{q_g}{G}$.

иначе:

Scientific Petroleum
journal home page: http://scientificpetroleum.com/

Reservoir and petroleum engineering

Вычисляются значения $\varphi_g(p, s)$ по (2.2*) для давлений p_s, p_k, p_v и a, b по (2.16*);

7.2. Определяется фиктивная депрессия $H_v{-}H_k$, $H_k{-}H_s$ и $H_v{-}H_s$ по (2.16);

7.3. Вычисляется текущее значение дебита газа по (2.13) с учетом (2.13*) и конденсата $q_k = \dfrac{q_g}{G}$.

8. Вычисляются текущие значения конденсатонасыщенности и среднепластового давления для времени $t{+}\Delta t$.

Если $r_v > r_k$:

Текущие значения p, s во внешней зоне вычисляются численным решением системы дифференциальных уравнений (3.10)-(3.12), а во внутренней зоне- системы уравнений (3.7)-(3.9);

Иначе:

Текущие значения p, s во внутренней зоне определяются численным решением системы уравнений (3.13)-(3.14);

9. Вычисляется текущее значение газоконденсатного фактора G по (3.13)

10. Определяются текущие значения накопленного отбора газа и конденсата и следовательно их коэффициенты извлечения:

$$K_g = \frac{\sum_{t=0}^{t} q_g \Delta t}{V_{zap}} \text{ и } K_k = \frac{\sum_{t=0}^{t} q_k \Delta t}{V_{kzap}}.$$

11. Проверяется значение пластового давления, если оно больше заданного его значения как конечного переход к пункту «3» иначе переходим к шагу «12»;

12. Вывод результатов и конец.

Выводы

Полученное выше решение позволяет прогнозировать основных показателей разработки газоконденсатной залежи, представленной упругими зонально неоднородными коллекторами. При этом учитываются реальные PVT свойства двухфазной углеводородной системы и реология пород-коллекторов. Предложенный алгоритм позволяет моделировать практически любой технологический режим закачки и скважины. Так, возможно воспроизвести режим заданного темпа закачки воды и заданного давления на контуре заводнения. Следует отметить, что в случае, если принять темпа закачки равным нулю получается модель истощения. Относительно режима скважины отметим, что возможно моделировать случай, когда задается депрессия, также возможно моделировать режим заданного забойного давления и заданного отбора. В последнем случае не приходится вычислить дебит.

Литература

1. Желтов, Ю. П. (1966). Деформация горных пород. *Москва: Недра.*

2. Молокович, Ю. М., Непримеров, Н. Н., Пикуза, В. И., Штанин, А. В. (1980). Релаксационная фильтрация. *Казань: КГУ.*

3. Горбунов, А. Т. (1976). Исследование процесса установившейся фильтрации жидкости при достижении предела упругости пород. *Сборник научных трудов ВНИИ «Исследование в области разработки нефтяных месторождений и гидродинамики пласта»*, 57, 94-103.

4. Астафьев, В. И., Касаткин, А. Е. (2015). Моделирование и численный расчет поршневого вытеснения нефти для двоякопериодических систем разработки месторождений. *Вычислительная механика сплошных сред*, 1,81-92.

5. Jamalbayov, M. A., Ibrahimov, Kh. M. (2023). New waterflooding efficiency evaluation method (on the example of horizon IX of the Guneshli field). *Scientific Petroleum*, 1, 44-48.

6. Hasanov, I. R., Jamalbayov, M. A. (2020). A stationary oil inflow to the wellbore taking into account the initial pressure gradient. *Arabian Journal of Geosciences*, 13, 833.

References

1. Zheltov, Y. P. (1966). Deformation of rocks. *Moscow: Nedra.*

2. Molokovich, Y. M., Neprimerov, N. N., Pikuza, V. I., Shtanin, A. V. (1980). Relaxation filtration. *Kazan: KSU.*

3. Gorbunov, A. T. (1976). Investigation of steady-state filtration process of liquid when the rocks elastic limit is reached. *Proceedings of the All-Russian Scientific Research Institute «Research in oil field development and reservoir hydrodynamics»*, 57, 94-103.

4. Astafiev, V. I., Kasatkin, A. E. (2015). Modeling and numerical calculation of piston-like oil displacement for doubly-periodic systems of field development. *Computational Continuum Mechanics*, 1, 81-92.

5. Jamalbayov, M. A., Ibrahimov, Kh. M. (2023). New waterflooding efficiency evaluation method (on the example of horizon IX of the Guneshli field). *Scientific Petroleum*, 1, 44-48.

6. Hasanov, I. R., Jamalbayov, M. A. (2020). A stationary oil inflow to the wellbore taking into account the initial pressure gradient. *Arabian Journal of Geosciences*, 13, 833.

Scientific Petroleum
journal home page: http://scientificpetroleum.com/

Reservoir and petroleum engineering

Математическая модель процесса вытеснения углеводородных смесей водой в зонально-неоднородных деформируемых пластах

М. А. Джамалбеков[1], Х. М. Ибрагимов[1] Н. А. Ализаде[2]
[1]НИПИ «Нефтегаз», SOCAR, Баку, Азербайджан
[2]Военный институт имени Г. Алиева, Баку, Азербайджан

Реферат

Рассматривается задача вытеснения углеводородных систем закачиваемой в пласт водой в зонально-неоднородных коллекторах. При этом, пласт круговой формы, разрабатываемый одной центральной скважиной, представляется состоявшим из двух зон с различными коллекторско-емкостными и реологическими свойствами. Учитываются неполнота вытеснения, сжимаемость воды и PVT свойства углеводородной системы- фазовое превращение, массообмен между фазами углеводородной системы. На основе бинарного представления сложной углеводородной системы получено решение рассматриваемой задачи – предложен алгоритм расчета основных показателей процесса вытеснения углеводородной системы к скважине, когда вблизи скважины (во внутренней зоне) и отдаленной части залежи (т.е. во внешней зоне) пласт имеет разные коллекторско-емкостные и реологические характеристики.

***Ключевые слова*:** вытеснение; газоконденсатная смесь; неоднородный пласт; заводнение; бинарная модель; нестационарное движение; неполнота вытеснения.

Zonal qeyri-bircins elastiki laylarda karbohidrogen qarışıqlarının su ilə sıxışdırılması prosesinin riyazi modeli

M. A. Camalbəyov[1] , X. M. İbrahimov[1], N. Ə. Əlizadə[2]
[1]«Neftqazelmitədiqiatlayihə» İnstitutu, SOCAR, Bakı, Azərbaycan
[2]Heydər Əliyev adına Hərbi İnstitut, Bakı, Azərbaycan

Xülasə

Zonal qeyri-bircins elastiki laylarda karbohidrogen qarışıqlarının su ilə sıxışdırılması məsələsinə baxılır. Bu zaman, mərkəzi quyu ilə işlədilən dairəvi laya müxtəlif kollektor və reoloji xüsusiyyətləri olan iki zonadan ibarət kimi təsəvvür olunur. Sıxışdırılmanın natamamlığı, suyun sıxılma qabiliyyəti və karbohidrogen qarışığının PVT xüsusiyyətləri – faza çevrilməsi, fazalar arasında kütlə mübadiləsi nəzərə alınır. Mürəkkəb karbohidrogen sisteminin binar təsəvvürləri əsasında, baxılan məsələnin həlli alınır, quyuətrafı (daxili zona) və quyudan uzaq (xarici zona) sahələrdə kollektor və reoloji xüsusiyyətlərin müxtəlif olan layda karbohidrogen sisteminin quyuya sıxışdırılması prosesinin əsas göstəricilərinin hesablanması alqoritmi verilir.

Açar sözlər: sıxışdırma; qaz-kondensat qarışığı; yüngül neft; qeyri-bircins lay; suvurma; binar model; qərarlaşmamış axın.